物流系统分析
Logistics System Analysis
第 3 周　物流系统成本的识别
Costs in logistics systems

葛乾

西南交通大学　系统所 & 交通工程系

货物从生产地到消费地的移动路径

1. 从生产区运往（处理到）储存区
2. 与其他产品一起等待运输车辆
3. 装货到运输车辆上
4. 运往目的地
5. 在目的地卸货、处理、保管，等待被消费

在货物被移动的过程中，要么是发生了“移动”（motion）的成本（克服了供需的空间障碍），要么是发生了“保管”（hold）的成本（克服了供需的时间障碍）

成本的构成*

- 移动成本包括处理的成本和运输的成本。在书中，处理（handle）的成本是指发生在运输车辆之外的移动成本，包含包装成本；运输成本是货物在运输车辆中时的移动成本
- 保管成本包括租赁成本与等待成本。在书中，租赁包括对空间的租赁、放置货物所需的设备、以及维护所需成本（如安全、服务等）；等待成本反映了货物在库的时间成本，包括机会成本以及保存时的损耗成本。对于给定的货物，其租赁成本一般是固定的，不依赖于货物的数量；而等待成本则依赖于货物如何被处理。
- 另一个问题是如何衡量成本，如运输成本可用单位货物的平均成本、年度成本、单次成本等衡量。这些指标之间可以相互转化，如年度成本等于单位货物平均成本乘以每年的产量，单次运输成本等于单位货物平均成本乘以车载货物量。当两个指标之间的转化的参数为常量时，则两个指标可视为等价。
    - 寻找使得总成本最小的配送频率时，年度成本和单位货物平均成本两个指标分别作为目标函数是等价的，因为制造商的年产量可视为常量。然而单次成本与二者不等价。
- 在书中，并不区分成本的付款方是哪方。如果仅优化某一方的成本，另一方则很有可能不愿意配合改进。

*为方便同学们课下阅读教材，课件直译了教材中的名词。注意教材与其他物流相关教材所使用术语的不同。

目录 |Outline

保管成本（1）

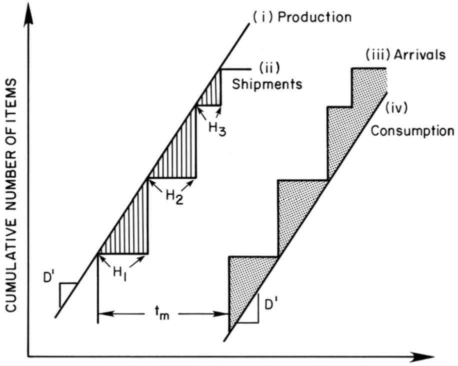


Figure: 物流活动不同阶段的货物累积量。(i) 生产；(2) 配送；(3) 到达；(4) 消费。D' 是单位时间生产（消费量），t_m 是配送时间

- 等待配送的货物量为曲线 (i) 和 (ii) 的时间轴上某点的纵向间隔
- 在途货物量为曲线 (ii) 和 (iii) 的纵向间隔
- 等待被消费的货物量为曲线 (iii) 和 (iv) 的纵向间隔

保管成本（2）

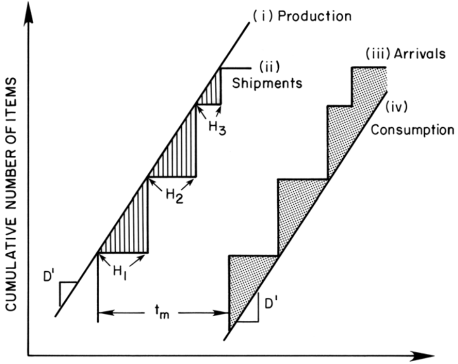


Figure: 物流活动不同阶段的货物累积量。(i) 生产；(2) 配送；(3) 到达；(4) 消费。D' 是单位时间生产（消费量），t_m 是配送时间

- 当货物按照“先进先出”的准则被处理时，横轴上某点对应每条曲线上的同一个货物在不同状态的发生时间。因此，该点对应任意两条曲线横轴间隔，代表两种物流活动之间所花时间
- 两条曲线之间的阴影区域，代表货物的等待时间。如左侧条纹处的阴影区域代表货物在起点所花时间；右侧散点处的阴影区域代表货物在终点所花时间

保管成本（3）

- 两条曲线两个交点之间所有点横轴之差的均值，代表某货物在两个物流活动之间所花费时间
- 图中生产曲线和消费曲线的（常值的）时间间隔，代表某货物在生产和消费活动之间的等待时间，其等于运输时间加上货物连续配送的最大时距

$$\overline{wait} = t_m + \max\{H_i\} = t_m + H_1 \tag{1}$$

- 在产地（消费地）所需要的储存空间应该与该处货物最大累积量成正比，在图中表示纵轴的最大间隔。由于图中假设车辆每次都装载了所有的生产货物，因此货物的最大累计量与配送的最大时距成正比

$$\text{最大累计量} = H_1 D' \tag{2}$$

- 上面两个平均等待时间和最大累积量的公式可以被转换为单位货物成本和单位时间成本

保管成本——租赁成本

- 租赁成本来自对空间和设施的利用。如上文分析，租赁成本应该与最大累积量成正比。而二者之比，由货物大小、存储需求、现时租金等因素决定。当设备是购买而非租赁时，采购成本大致与数量呈线性关系。

$$\text{每年租赁成本} = c_r \times \text{最大累计量} \tag{3}$$

  其中 c_r 表示租赁成本的参数。
- 当需求率恒定时

$$\text{货物单位租赁成本} = \frac{c_r H_1 D'}{D'} = c_r H_1 \tag{4}$$

  此时货物的单位租赁成本仅与最大配送时距有关，而与流量无关。

保管成本——等待成本

- 等待成本亦即库存成本，一般由货物的总等待时间乘以一个表示单位时间内单位货物的保管成本（c_i）

$$\text{每年等待成本} = c_i \times \text{每年总等待时间} \tag{5}$$

$$\text{单位等待成本} = c_i \times \text{单位货物平均等待时间} \tag{6}$$

- 以上假设每件货物每个时段的保管成本都是相等的。当成本与：(1）保管所发生的年、周、日；(2）货物已经保存时间等因素有关时，需要引起注意。
- 图 1 所示的等待成本为

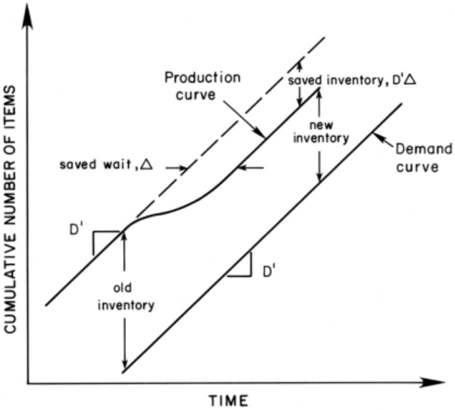
$$\text{每年等待成本} = c_i D'(H_1 + t_m) = c_i D' H_1 + c_i D' t_m \tag{7}$$

$$\text{单位等待成本} = c_i(H_1 + t_m) = c_i H_1 + c_i t_m \tag{8}$$

为方便操作，有时可定义 $c_h = c_r + c_i$

- 当不考虑在目的地的库存成本时，右侧阴影处的等待时间仍需要考虑，并加到 t_m 上。其值一般为介于 $\frac{1}{2}c_i\overline{H}$ 与 $\frac{1}{2}c_i H_1$ 之间的值
- 当运输的是人时，c_i 一般为时间价值；当运输的是货物时，c_i 是货物所花金钱的单位时间的机会成本（用 i 代表折旧系数，π 代表产品价值，则其机会成本为 πi)。对于易腐货物，还需考虑损坏因素

保管成本——等待成本 (cont.)



- 假设货物生产价格与销售价格分别是 π_0 与 π_1，计算库存成本时，应该用哪个？
  - 当需求恒定时，可以优化生产计划，以减少库存成本。假设优化的等待时间减少了 Δ，则减少了 $D'\Delta$ 生产量，节省的库存成本则正比于 $D'\Delta\pi_0$；反之，假设目的地能消化掉所有的生产能力，则节省的库存成本则正比于 $D'\Delta\pi_1$

- 当不同的生产商的价格 π_0 不同时，应该如何确定?
  - 不一定使用各生产商的均值。假设某生产商生产一定量产品的价格为较低价格的 $\pi_0 = \pi$，超出该部分产品的价格为 $\pi_0 = \pi'$。可知，需求将首先以较低价格 π 被满足，而剩余的部分以较高价格 π' 被满足
- 确定 c_i 时，应考虑其他物流活动的间接影响，如库存对质量的影响。一般来说，在起始点处存货越多，质量的要求会越低。在起始点处没有动力清理缺陷产品，因为总能找到备货替换。
- 根据所运输货物的不同，c_i 的大小可能会在不同数量级变化。使用客车载客时，c_i 的大小应为 10\$ 级别，这样运输 30 位乘客的费用为 $10^2 - 10^3\$/$小时。当卡车运输的货物重量为 $20,000$ 磅，单价为 1\$ 时，货物总价为 $20,000\$$。假设每年折旧为 10%（每年 2000 个小时，2000\$），则货物每小时的等待成本为 $10^0\$$ 级别。精确求解 c_i 比较困难，所幸其数量级估算比较简单，而且也足够使用了。
- 回顾一下单位等待成本的构成，c_iH_1 与配送频率有关，是静态的，被称为“静态物流成本”；c_it_m 与移动有关，也被称为“管道物流成本”

目录 |Outline

- 保管成本
- 运输成本
- 处理成本
- 随机因素的影响

运输成本

- 运输成本的表达式

$$运输成本 \approx c_f + c_v v \tag{9}$$

其中 c_f 是固定成本（包括司机薪水等），v 是单次运货量，c_v 是可变成本（包括燃油等）

- n 次运输的总成本

$$\text{n 次运输成本} = \sum_i^n (c_f + c_v v_i) = c_f n + c_v V \tag{10}$$

其中 $V = \sum_i^n v_i$ 为 n 次配送的总运货量。总运输成本仅依赖于总运货量和次数，而与每次运货量和运输所发生时间无关

- 单位货物的运输成本

$$单位运输成本 = c_f \frac{n}{V} + c_v = c_f \frac{1}{\bar{v}} + c_v \tag{11}$$

其中 $\bar{v}$ 为平均运货量。易知单位运输成本随平均运货量增大而减小

运输成本与配送时距的关系

- 因为每次运货等于清空仓库累积，故 $v_i = D'H_i$。
- 单位货物的运输成本还可表达为

$$\text{单位运输成本} = c_f \frac{n}{\sum_i^n D'H_i} + c_v = c_f \frac{n}{nD'\bar{H}} + c_v = c_f \frac{1}{D'\bar{H}} + c_v \tag{12}$$

其中 $\bar{H}$ 为配送时距

- 运输成本仅依赖于平均配送时距。这点与库存成本不同，因为其依赖于最大配送时距

运输成本与运输距离的关系

- 固定成本与可变成本随着距离增长而线性增长，可表示为

$$c_f = c_s + c_d d \tag{13}$$

$$c_v = c'_s + c'_d d \tag{14}$$

  其中 c_s 表示固定成本中不随距离变化部分，如装卸货的停车成本等；c_d 与车辆里程有关，为车辆每行驶 1 英里的单位成本；c'_s 表示每多运载一件货物所增加的成本，表示装卸一件货物所需成本以及在车内处置所需成本；c'_d 表示每件货物随里程变化的成本，如在车辆上的自然磨损和运维成本等。与 c_d 相比，一般 $c'_d d$ 比较小，而经常可被忽略

- 代入上页的公式，n 次运输的总成本可表示为

$$\text{n 次运输成本} \approx c_s n + c_d nd + c'_s V + c'_d Vd \tag{15}$$

- 多个停靠点的运输成本。忽略第四项，并假设第一项随着停靠点数目线性增长，得到

$$\text{n 次运输成本} \approx c_s(1 + n_s)n + c_d nd + c'_s V \tag{16}$$

运输成本与运输距离的关系 (cont.)

- 除以总货物量，可得单位货物的成本

$$\text{单位货物成本} \approx c_s \frac{1+n_s}{\bar{v}} + c_d \frac{d}{\bar{v}} + c_s' \tag{17}$$

- 用配送时距表示

$$\text{单位货物成本} \approx c_s \frac{1+n_s}{D'\bar{H}} + c_d \frac{d}{D'\bar{H}} + c_s' \tag{18}$$

$$\text{单位时间成本} \approx c_s \frac{1+n_s}{\bar{H}} + c_d \frac{d}{\bar{H}} + c_s' D' \tag{19}$$

  - 尽管该两个式子不依赖与单次配送的时距，但是事实上其成本与最短时距关系更大一些。因为生产商所维持的车队必须要满足最大的出货量，所以其决定于最短时距

运输成本与运货量的关系

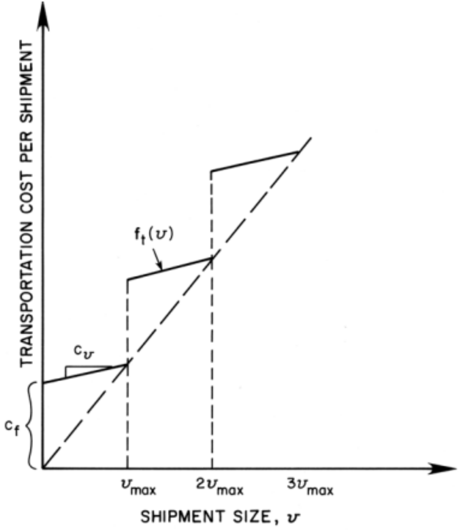


Figure: 单次运货量与运输成本的关系，图中 v_{max} 代表最大运货量

运输成本与保管成本与运货量的关系

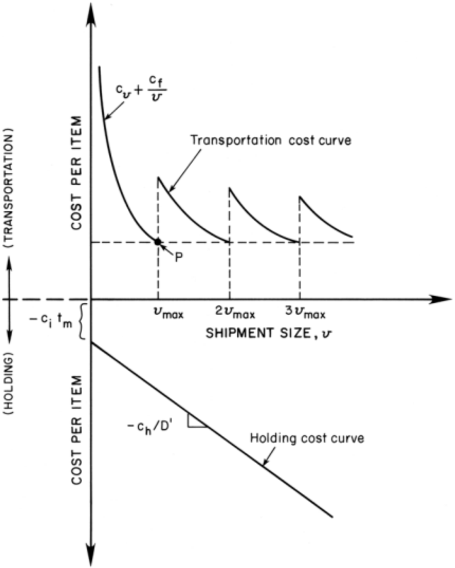


Figure: 运输成本与保管成本与运货量的关系，图中 v_{max} 代表最大运货量

经济订货批量

- 观察可知，该点要么是 v_{max}，要么为 $v < v_{max}$。因此可以忽略 $v > v_{max}$
  - 直观理解：对于 $v > v_{max}$，需要维护一个 $\lceil \frac{v}{v_{max}} \rceil$ 大小的车队，而每增加一辆车，运输成本则出现一次跳跃（固定成本增加）。图中，下面的曲线代表负的单位保管成本，上面的曲线代表单位运输成本。此处假设配送时距为定值
- 最优的运货量（经济订货批量）是上图中两条曲线纵向距离最小处对应的点
- 建模成优化问题，可表示为

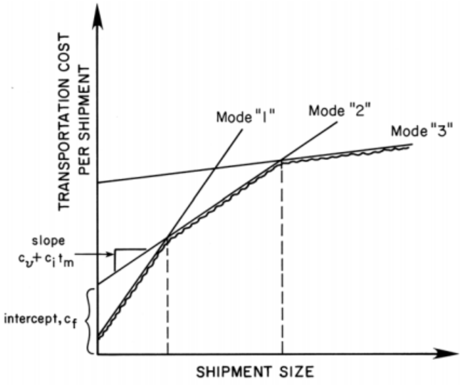
$$\min Av + \frac{B}{v} \tag{20}$$

s.t.

$$v \leqslant v_{max} \tag{21}$$

其中 $A = \frac{c_h}{D'}$, $B = c_f$

多种运输方式



- 图中每条曲线代表一种运输方式下，运货量与单次运输成本之间的关系。当有多种方式可供选择时，决策所用的曲线为各模式曲线的下包络曲线。因为企业会最小化运输成本
- 当像之前一样，$v > v_{max}$ 时出现跳跃时，包络曲线不再是决策所用的曲线。
    - 假如两种模式，均有 $v_{max} = 1$。第一种模式下，$c_f = 1, c_v = 0$；第二种模式下，$c_f = 0, c_v = 1.5$；运货量为 1.1 时，单一模式的运输成本分别是 2 和 1.65；最优方案是，前后两种方案的量分别为 1 和 0.1，运输成本为 1.15

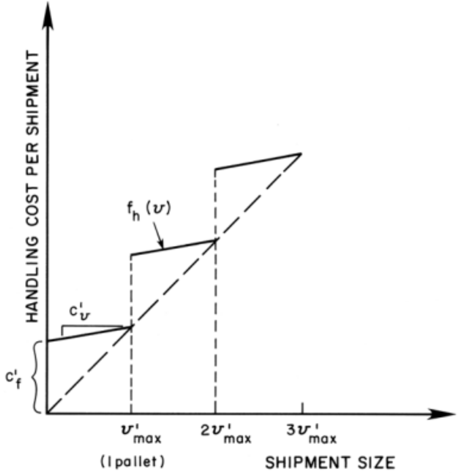
目录 |Outline

处理成本

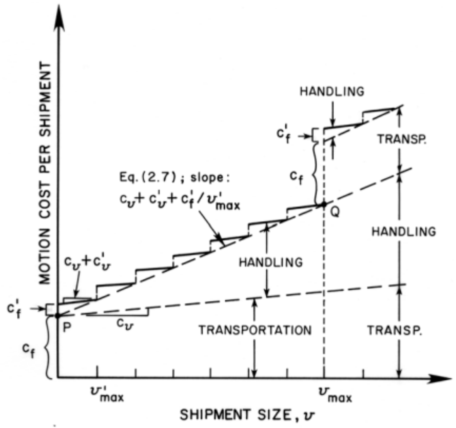
- 如前文所述，处理成本可视为一种特殊的运输成本，即运输车辆之外的移动成本。其包括将货物装载到容器，将容易移动到运输车辆处的成本，以及终点反向操作的成本。当每件货物单独处理时
  - 处理成本≈ $c'_s v$
- 当需要托盘将货物集中处理时，每批货物的处理成本为
  - 处理成本≈ $c'_f + c'_s v$

  其中 c'_f 表示移动托盘的固定成本，包括叉车的固定使用成本、叉车工人薪水以及叉车的折旧和运维成本。c'_f 反映了单件货物的劳动力和金钱成本。

处理成本（cont）



- 当每批货物的处理量大于单个托盘的容量 V_{max}，处理成本曲线和运输成本的曲线类似。
- 终点处处理成本的构成与起始点类似，只是 c_f' 与 c_s' 不同，而 V_{max} 相同。$v \leqslant V_{max}$ 起讫点处理成本之和也符合类似规律



- 图中展示了 $v'_{max} << v_{max}$ 时的移动成本（运输成本与处理成本之和），移动成本可近似为图中 P、Q 点连线。该连线为实际成本的下界

$$f_m(v) \approx c_f + (c_v + c'_v + \frac{c'_f}{v'_{max}})v \tag{22}$$

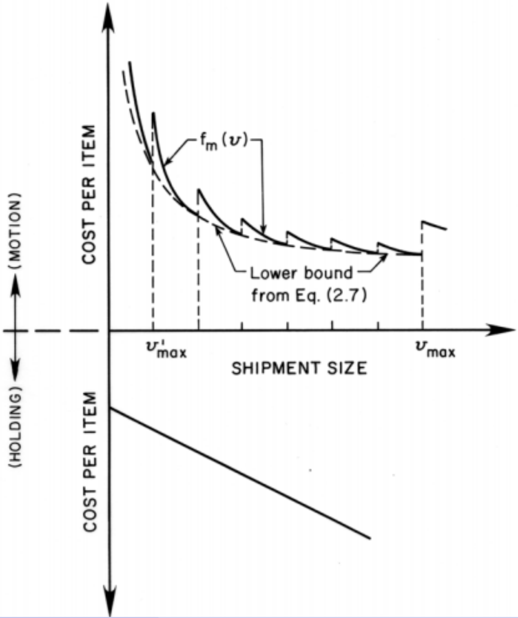
处理成本（cont）

- 处理成本可视为运输成本的一部分

$$f_m(v) \approx c_f'' + c_v'' \tag{23}$$

其中 $c_f'' = c_f$，$c_v'' = c_v + c_v' + \frac{c_f'}{v_{max}'}$

考虑处理成本时的批量



- 近似曲线在 v= 整数个 v_{max} 时，取值与真实的移动成本曲线相同。因此当批量为 v_{max} 整数倍时，完全可以使用近似曲线建立类似于之前的模型
- 最优运货量大于 v_{max} 时，真实曲线与近似曲线的取值接近，此时可忽略处理成本，直接用之前的优化模型计算 EOQ
- 最优运货量小于 v_{max} 时，使用近似曲线误差较大，处理成本不能忽略。可以在之前优化模型中令 $B = c''_f$
- 当货物必须打包后放置在托盘上时，求解思路也类似

目 录 |Outline

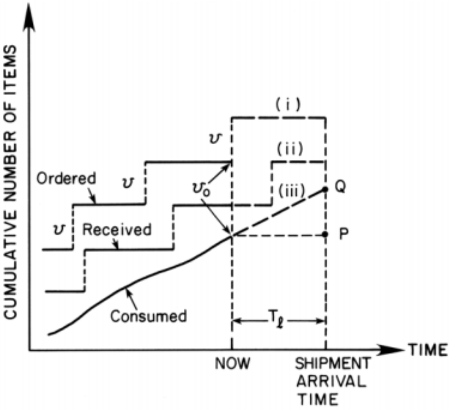
- 保管成本
- 运输成本
- 处理成本
- 随机因素的影响

随机因素

- 两类随机因素
  - 可以预测的生产和需求波动（第三章中学习）
  - 无法预测的波动：由于需求和旅行时间的随机性，无法保证货物在刚好缺货时被运到目的地
    - 该问题与库存控制问题息息相关

- 订货点：当在库货物量和延期交货订单中货物量之和达到 v_0，运输数量为 v 的货物。
- 因此，订货的时距随需求变动而变化，但是运货量保持定值
- 假设需求的到达过程为一个需求量为 D'，离散指标为 γ 的扩散过程。订货提前期为 T_l，其均值和方差分别为 t_l 和 σ_l
- 为了避免断货，应该让 v_0 足够大

单一配送方式时的随机因素



- 三条曲线分别代表累计的订货量、到货量和消费量。虚线代表对未来的估计。
- 图出，在现时点发起了订单，$\overline{PQ}$ 代表在新的订单到货之前的消费量。$\overline{PQ}$ 服从正态分布，其均值和方差分别为 $D'T_l$ 和 $D'\gamma t_l$，$\overline{PQ}$ 的前二阶矩为

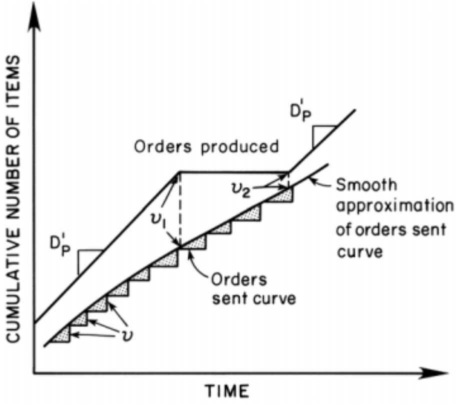
$$E(\overline{PQ}) = D' t_l \tag{24}$$

$$var(\overline{PQ}) = D'^2 \sigma_l^2 + D'\gamma t_l \tag{25}$$

- 当订货点 v_0 比 $\overline{PQ}$ 大几个标准差，则很少发生缺货，其与 D', σ, γ, t_l 等有关
- 运货量的决策与之前部分内容类似。我们仍然需要识别该种状况下的移动成本与保管成本。两种情况下，移动成本保持不变（单位时间送货次数为 $\frac{D'}{v}$），保管成本变化较大，因为目的地处的最大在库量发生较大变化，为

$$v + v_0 - \overline{PQ} \tag{26}$$

当新订单到货时，在库量最大。其中 $v_0 - \overline{PQ}$ 反映了随机因素对库存的影响。然而其与 v 无关，因此求得的最优运货量与之前一致



- 迄今为止的讨论没有考虑起点处的库存费用，但是其与 v 很大程度上也是独立的
- 一种生产策略是使生产率稍大于需求量 $D'_p > D'$。等起点处的在库量比较大时，停止生产以逐渐降低库存水平，以使供需差距较小。设停止和恢复生产时的库存分别为 v_1 和 v_2（运出一个订单后的值），则在起点处的最大库存为 $v+v_1$，平均库存为 $\frac{1}{2}(v+v_1+v_2)$，生产与停产的时间段仅与 $v_1.v_2$ 及图中与送货曲线相切的光滑曲线有关。因此最优的生产策略（对 v_1, v_2, D'_p 的决策）与 v 无关
- 库存成本的计算仍然可分解为与 v 相关部分 (阴影部分) 与无关部分（两条曲线纵切）。其很大程度与 v 无关

两种配送方式时的随机因素

- 现在假设引入一种新的配送方式，可以快速满足关键时刻小批量的要求。它作为主要配送方式的补充，可以有效降低系统成本。以下假设该快速配送方式的订货提前期可忽略
- 此时的订货点不必像之前那样保守。当重订货的间隔时间远大于第一种配送模式的提前期时，快速补货的发生概率不依赖于第一种模式的运货量。它仅与订货点 v_0 有关，且是负相关。
- 设每个常规订单所需的快速订货量为 $f(v_0)$，并假设补货时的单位成本为 c_e，则每个常规订单的期望补货成本为 $c_e f(v_0)$。则单位产品的移动成本为

$$\frac{c_f + c_v v + c_e f(v_0)}{v + f(v_0)} = \frac{c_f + (c_e - c_v) f(v_0)}{v + f(v_0)} + c_v \tag{27}$$

- 最大库存量仍然发生在 $\overline{PQ}$ 最小时，仍为 $v + v_0 - \overline{PQ}$，单位货物的总成本为

$$c_v \frac{c_f + (c_e - c_v) f(v_0)}{v + f(v_0)} + c_h(v + v_0 - \overline{PQ})/D' \tag{28}$$

- 重新定义批量为两种配送方式的运货量之和 $V' = v + f(v_0)$，则其形式与前文类似。只是移动的固定成本包括了补货的额外成本 $(c_e - c_v)f(v_0)$

$$\{c_v + c_h[v_0 - \overline{PQ} - f(v_0)]/D'\} + \frac{c_f + (c_e - c_v)f(v_0)}{V'} + c_h V'/D' \tag{29}$$

总结

- 简洁模型的作用
- 保管成本与建模
- 运输成本与建模
- 处理成本与建模
- 随机影响因素分析

Any questions?

Readings

- Daganzo. Logistics System Analysis. Ch.2. Page 15-47